

1. Mostra que se F e G são ambas primitivas de uma função f num intervalo então F e G diferem por uma constante nesse intervalo.
2. Mostra a validade do método de *primitivação por decomposição*: Se f e g forem primitiváveis em $]a, b[$ então $f + g$ também é primitivável em $]a, b[$ e

$$P(f + g) = Pf + Pg + c \quad \text{em }]a, b[.$$

3. Mostra que se F é uma primitiva de f em $]a, b[$, λ é uma constante dada e c é uma constante arbitrária então $\lambda F + c$ é a expressão geral das primitivas de λf em $]a, b[$.

4. Calcula:

$$(a) \int (5x^3 + 2 \cos x) dx$$

$$(b) \int \left(8t^3 - 6\sqrt{t} + \frac{1}{t^3} \right) dt$$

$$(c) \int \frac{(x^2 - 1)^2}{x^2} dx$$

$$(d) \int \frac{1}{\cos x \cot x} dx$$

$$(e) \int \left(\sqrt{3} \sin x + \frac{1}{2x} \right) dx$$

$$(f) \int \frac{2x}{1 + x^2} dx$$

$$(g) \int \sqrt{\sin x} \cos x dx$$

$$(h) \int \frac{(\ln x)^3}{x} dx$$

$$(i) \int 2xe^{x^2} dx$$

$$(j) \int \frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)} dx$$

$$(k) \int \cos^3 x dx$$

5. Mostra a validade do método de *primitivação por partes*: Se f tem uma primitiva F em $]a, b[$, se g é diferenciável em $]a, b[$ e se $F \cdot g'$ é primitivável em $]a, b[$ então $f \cdot g$ é primitivável em $]a, b[$ e

$$P(f \cdot g) = F \cdot g - P(F \cdot g') + c \quad \text{em }]a, b[.$$

6. Calcula:

$$(a) \int x \sec^2 x dx$$

$$(b) \int e^x \sin x dx$$

$$(c) \int \ln x dx$$

$$(d) \int \arctan x dx$$

$$(e) \int \sec^3 x dx$$

$$(f) \int \sin(5x) \cos(3x) dx$$